

II. ANTIQUITÉ

Nous avons choisi de décrire dans le chapitre précédent les origines de la vie et de la pensée, et les premières descriptions du monde qui nous entoure, en remontant très loin dans le passé, car cela nous permet d'apprécier l'émergence de la réflexion abstraite au sein d'une espèce animale particulière, et la révolution intellectuelle que représentent les explications du monde reposant, non plus sur des mythologies, mais sur des observations et des théories physiques. Nous pouvons ainsi mieux comprendre l'histoire de la physique et son développement depuis un peu plus de deux millénaires.

Continuer à étudier la genèse et l'histoire de la physique rendra aussi plus facile, dans le volume suivant intitulé *Introduction à la physique pour les lycéens*, l'apprentissage de la mécanique, de l'optique, de l'électricité, de la thermodynamique, etc., car on comprendra mieux les notions de recherche, d'expérimentation et de construction d'explications théoriques, qui restent toujours d'actualité.

II.1 École de Milet

Une nouvelle étape importante vers la connaissance objective¹ du monde a été franchie par les premiers penseurs grecs du VI^e et V^e siècle av. J.-C. Au-delà de la simple observation que pratiquaient déjà les Babyloniens et les Égyptiens, des savants ont commencé à avoir le souci d'*expliquer* et *prédire* le monde. Bref, ils ont commencé à faire de la physique.

Les premiers résidaient dans la ville de Milet, sur la côte ionienne de la mer Égée, c'est-à-dire de nos jours la côté ouest de la Turquie. Ils forment l'École de Milet, figure II.1.

1. L'épistémologie – qui est la science de la connaissance – conteste la pertinence de l'idée de « connaissance objective », mais nous n'allons pas entrer dans ces considérations de ce livre d'initiation.



Figure II.1 : Emplacement de la ville de Milet.

Thalès (c. -625, c. -547) est le premier et le plus important représentant de cette école. Il fut considéré par les penseurs des siècles suivants (Platon, Diogène Laërce, etc.) comme l'un des Sept Sages de la Grèce antique. Et il est traditionnellement considéré comme le premier savant dans l'histoire.

Il voyagea en Égypte et en Babylonie, et en ramena une partie des connaissances qui nourrirent ses propres réflexions.

Lors de son séjour en Égypte, il aurait mesuré la hauteur de la pyramide de Khéops à la demande du pharaon Ahmôsis en appliquant le théorème qui porte désormais le nom de *théorème de Thalès*. Celui-ci dit que si deux triangles ABC et $A'B'C'$ ont la même forme, fig. II.2, alors on a par exemple ²

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} \quad (\text{II.1})$$

2. Dans ce livre de physique, nous utiliserons de nombreux résultats de mathématiques sans les justifier. On trouvera des explications et des démonstrations du théorème de Thalès dans nos ouvrages *Mathématiques du collège, volume 1 : 6e et 5e*, et *Mathématiques du collège, volume 2 : 4e et 3e*, Les Éditions du Bec de l'Aigle, tous deux publiés en 2022.

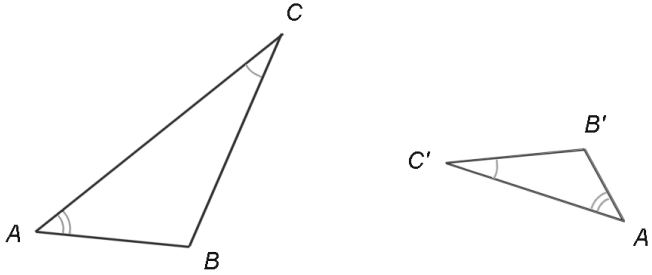


Figure II.2 : Deux triangles ayant la même forme. Alors
 $AB/BC = A'B'/B'C'$.

Thalès comprit qu'en plantant son bâton à côté de la pyramide, fig. II.3, la pointe de son bâton, le pied de son bâton, et l'ombre de sa pointe formaient un triangle de la même forme que la pointe de la pyramide, le centre de la base de la pyramide, et l'ombre de sa pointe.

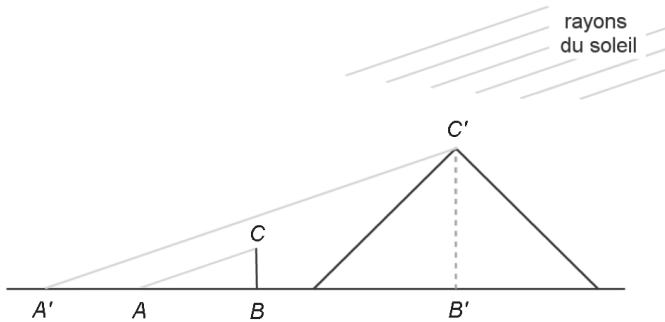


Figure II.3 : Vue en coupe dans un plan vertical. Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont similaires.

Si par exemple l'ombre du bâton fait deux fois et demie sa hauteur, la même chose est vraie pour la pyramide. Alors connaissant la distance $A'B'$ on en déduit la hauteur $B'C'$.

Noter que connaître la distance entre l'ombre du sommet de la pyramide (le point A') et le centre de la base de la pyramide

(le point B') suppose de pouvoir le localiser pratiquement. Ce n'est pas évident. Si on regarde la pyramide vue de dessus, il est possible qu'on soit dans une configuration comme celle-ci :

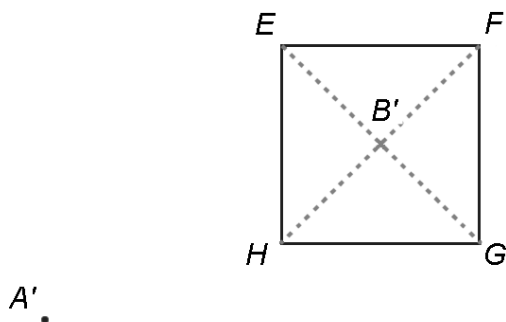


Figure II.4 : Vue de dessus de la pyramide. Comment calculer la distance $A'B'$?

On n'a pas accès au point B' pour mesurer commodément la distance $A'B'$. Thalès ne connaissait pas encore les mathématiques dont nous disposons, comme la trigonométrie ou la géométrie analytique de Descartes, qui nous permettent de calculer $A'B'$ quand on connaît par exemple $A'H$, $A'E$ et EH . Il existe diverses formules, et aussi diverses façons de résoudre le problème dans le cas de la figure II.4.

Comme Thalès était autant physicien que mathématicien, il a sans doute utilisé une méthode toute simple : il a translaté tous les points de la figure II.4 de trois cents mètres dans une même direction quelconque, tracé la figure translatée sur le sable, et pu ainsi mesurer $A'B'$. Si la position du soleil est telle que la longueur $A'B'$ fait 366 mètres et est égale à deux fois et demie la hauteur, on en conclut que la pyramide de Khéops fait environ 146 mètres de haut.

Ce qui est admirable dans ce procédé, c'est qu'on a mesuré la hauteur d'un édifice élevé tout simplement en plantant un bâton dans le sol et en comparant des triangles similaires. C'est l'essence du théorème de Thalès.

Thalès est traditionnellement connu pour avoir observé ou commenté le fait qu'un bâton d'ambre frotté attire de petits fragments de matière. Pendant une vingtaine de siècles, c'est resté une curiosité sans explication. Puis aux XVIII^e et XIX^e siècles, on a construit toute une théorie pour l'expliquer ainsi que d'autres phénomènes liés et cela a donné naissance à la théorie de l'électricité et à l'industrie électrique qui a révolutionné nos vies. Nous en parlerons dans les chapitres IV et V. C'est le savant anglais William Gilbert (1544, 1603) – qui s'est aussi intéressé aux phénomènes magnétiques – qui a forgé l'adjectif « électrique » à partir du mot grec pour l'ambre, qui est *ηλεκτρον*³.

Il y a une autre anecdote sur Thalès, racontée par Aristote (-384, -322) dans son ouvrage intitulé *Politique*, Livre I, section 11 (1259a), qui mérite d'être mentionnée : « On lui reprochait sa pauvreté, qui, disait-on, prouvait que la philosophie ne servait à rien. Selon l'histoire, alors qu'on était encore en hiver, il savait grâce à ses connaissances astronomiques qu'il y aurait une grande récolte d'olives l'année suivante ; alors, avec le peu d'argent qu'il avait, il réserva tous les moulins à huile de Chios et Milet très bon marché car personne ne fit monter les enchères. Quand vint le temps de la récolte, et que brusquement tous les moulins furent demandés en même temps, il fit payer les loyers qu'il lui plaisait pour leur utilisation, et gagna énormément d'argent. Ainsi il montra à qui voulait le voir que les philosophes pouvaient aisément devenir riches s'ils le souhaitaient, mais que leur ambition était autre. »

Avant de quitter Thalès, mentionnons que c'est lui qui a dit que « tout était eau », voulant dire par là que toutes les matières autour de nous étaient des formes de l'eau (comme la glace). On sait de nos jours que c'est inexact. Mais là encore ce qu'il y a de remarquable c'est la tentative d'explication du monde extérieur sans faire référence aux dieux.

3. L'adjectif « magnétique » vient quant à lui de la région de Grèce appelée la Magnésie, où l'on trouvait des pierres (magnétite) qui se comportaient comme des aimants. Mais il a fallu attendre le XIX^e siècle pour se rendre compte que les phénomènes électriques et magnétiques avaient un lien. C'est une histoire fascinante qu'on racontera dans le chapitre V.

Le deuxième savant important de l'École de Milet est Anaximandre (c. -610, c. -546). Il observa que de nombreux phénomènes d'équilibre semblaient résulter de forces, d'influences ou d'états opposés. Il appela cette idée la Justice⁴. À son époque, c'était une idée encore floue – il y incluait par exemple l'amour et la haine qui pouvaient conduire à un équilibre – mais c'est un concept qui existe encore de nos jours : en mécanique statique, quand on est assis sur une chaise, la gravité nous tire vers le bas, et la chaise oppose une force de réaction vers le haut qu'on sent sous nos fesses, ce qui fait que l'on est en équilibre.

Le troisième membre important de l'École de Milet est Anaximène (c. -585, c. -525). Pour lui, contrairement à Thalès, l'élément primordial n'était pas l'eau, mais l'air. Il s'agit là encore d'une considération intéressante simplement car c'est une spéculation sur la nature du monde ne faisant pas référence à quoi que ce soit de surnaturel⁵.

II.2 Empédocle

Le savant suivant dont je veux parler est Empédocle (-490, -435) qui vécut à Agrigente sur la côte méridionale de la Sicile, à une époque où c'était une colonie grecque faisant partie de la région appelée Grande Grèce.

Il soutenait que le monde était composé de quatre éléments primordiaux : la terre, l'eau, l'air et le feu. C'est encore évidemment quelque chose que l'on rejette de nos jours, mais il est intéressant de noter que c'est un petit pas supplémentaire vers la chimie. Entre les quatre éléments d'Empédocle et la chimie moderne – qui est une branche de la physique – il y eut pendant des siècles l'alchimie qui cherchait à transformer le plomb en or. Nous en parlerons un peu.

4. Pas du tout dans le sens moral que le terme a de nos jours, mais comme un concept de physique : les états d'équilibre sont toujours le résultat de la confrontation de contraires

5. On pourra en apprendre davantage sur l'École de Milet ainsi que sur *tous* les philosophes – qui jusqu'au XIX^e siècle étaient toujours aussi des scientifiques – dans l'admirable livre de Bertrand Russell, *Histoire de la philosophie occidentale*, Belles Lettres, 2011

Mais ce n'est pas pour cela qu'il nous intéresse ici : c'est parce qu'il est le premier à avoir réglé une controverse sur la nature en faisant des expériences. Au Ve siècle av. J.-C. en Grèce, on pensait que l'espace entre objets, dans lequel les hommes vivent, ne contenait rien, c'est-à-dire était du vide.

Empédocle prenait des récipients en bronze et les plongeait dans l'eau, retournés de sorte qu'ils ne se remplissaient pas totalement d'eau. Une fois sous l'eau, on pouvait les retourner : alors ils se remplissaient d'eau, laissant échapper une grosse bulle. On pouvait aussi faire un petit trou sur le dessus ; dans l'eau, si on laissait le petit trou ouvert, on voyait s'échapper un chapelet de bulles. Bref, ce « vide » dans la cloche était en fait « quelque chose », et il n'était pas difficile, avec d'autres expériences du même genre, de se rendre compte que c'était de la même nature qu'un souffle d'air sortant de la bouche, ou même du vent. Empédocle montra ainsi que le vide était en réalité de l'air (l'un des éléments primordiaux, selon lui).

Fut-il capable d'observer que plus la cloche retournée sans trou était plongée profondément dans l'eau plus le volume d'air qu'elle contenait se réduisait ? Sans doute pas. Il faudra attendre le XVIIe siècle avec Pascal et Torricelli pour observer et comprendre ce phénomène et quelques autres qui conduisirent en particulier à la compréhension de la pression atmosphérique.

Une autre expérience du XVIIe siècle qu'Empédocle aurait pu faire, mais dont il ne parle pas est celle montrée figure II.5.

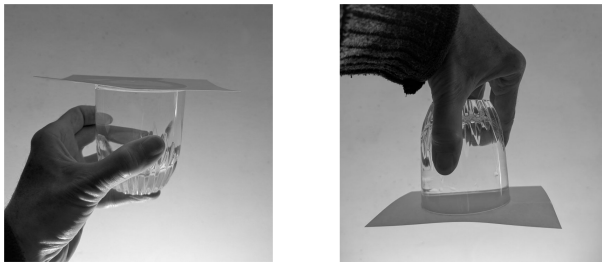


Figure II.5 : Expérience d'hydrostatique étonnante avec un verre plein d'eau. Il fallut attendre le XVIIe pour l'expliquer.

Voici ce que montre la figure II.5. Prenez un verre d'eau. Remplissez-le avec de l'eau à ras bord. Placer une fiche cartonnée, par exemple du Bristol, dessus de sorte qu'il n'y ait plus d'air dans le verre. Vous pouvez alors retourner le verre : l'eau ne « tombera » pas ; la fiche de Bristol, maintenant dessous et qui n'est pas spécialement attachée au verre, continuera à boucher le verre avec l'eau à l'intérieur. On expliquera cette expérience dans le chapitre IV Début de l'époque moderne, 1500-1800.

II.3 Aristote

Au IV^e siècle av. J.-C., Aristote (-384, -322) put ainsi déclarer : « la nature a horreur du vide », voulant même dire par là que le vide n'existait pas. En fait, beaucoup plus tard, Torricelli (1608, 1647) fut capable de créer du vide.

Aristote observa beaucoup le monde, aussi bien inerte que vivant, et écrivit énormément. Il écrivit non seulement sur la physique, mais aussi sur la biologie, le monde animal, la politique, l'éthique, la métaphysique⁶, etc. C'est indiscutablement un grand savant de l'Antiquité.

On peut lui reprocher deux choses : l'une dont il est responsable, l'autre dont il n'est pas responsable. En dépit de ses talents d'observateur, il a aussi beaucoup tiré ses observations... de sa tête, sans prendre la peine de les vérifier. Il a déclaré que les corps les plus lourds tombent le plus vite, que les astres sont des sphères parfaites parcourant des cercles centrés sur la Terre, qu'on peut remplir l'espace avec des tétraèdres réguliers, qu'un corps qu'on cesse de pousser, même s'il roule parfaitement sur une surface plane, s'arrête, etc. Toutes ces affirmations sont fausses.

Une excuse qu'avait Aristote est qu'à son époque on pensait que les dieux avaient fait le monde et qu'ils avaient des goûts esthétiques semblables à ceux des hommes (les cercles

6. La métaphysique est un domaine particulier de la connaissance, dont le but est d'expliquer les raisons de l'existence de l'univers et de l'homme en son sein. De nos jours, elle n'est plus considérée comme faisant partie de la science. Néanmoins elle occupe encore de bons esprits – ou en tout cas de beaux parleurs.

sont les courbes les plus jolies, etc.). Xénophane (-570, -475) s'était déjà moqué de cette approche anthropocentrée de la connaissance. Il avait écrit : « Si les bœufs et les chevaux et les lions avaient des mains et pouvaient, avec leurs mains, peindre et produire des œuvres comme les hommes, les chevaux peindraient des figures de dieux pareilles à des chevaux, et les bœufs pareilles à des bœufs, bref des images analogues à celles de toutes les espèces animales. » Mais l'idée que l'homme était au centre de l'univers et l'enfant chéri des dieux avait la vie dure. Par certains aspects, elle dure encore⁷.

L'autre reproche qu'on peut faire à Aristote n'est en réalité pas de sa faute : il a dominé et écrasé la pensée scientifique et religieuse en Occident pendant une vingtaine de siècles, et au deuxième millénaire de notre ère a freiné le développement de la connaissance⁸.

II.4 Archimède

Archimède est le meilleur candidat au titre de plus grand savant de l'Antiquité. Il est né à Syracuse en Sicile vers 287 av. J.-C. et mort dans la même ville en -212⁹, tué par un soldat romain pendant de la Seconde Guerre punique, lors de la prise de la ville par les Romains¹⁰.

7. Voltaire (1694, 1778) s'en est moqué en disant : « Si Dieu nous a faits à son image, nous le lui avons bien rendu. »

8. Au XIIIe siècle, la scolastique s'en est mêlée. C'était une réflexion qui se voulait scientifique et qui cherchait à concilier les connaissances objectives, la croyance en Dieu et les explications du monde contenues dans la Bible et les dogmes catholiques. Saint Thomas d'Aquin (1225-1274) en est le principal représentant. Encore en 1879, le pape Léon XIII affirma dans son encyclique *Aeterni Patris* que la seule description correcte du monde est celle donnée par Saint Thomas d'Aquin dans sa *Somme théologique*.

9. En histoire, toutes les dates avant Jésus-Christ utilisent le *calendrier historique*, dans lequel on passe directement de l'année -1 à l'année +1 : il n'existe pas d'année 0. Les astronomes au XVIIIe siècle ont adopté le *calendrier astronomique*, où l'année 0 existe ; ainsi, l'année -212 (historique) est l'année -211 (astronomique).

10. Syracuse était une cité grecque, faisant partie de la Grande Grèce, mais elle s'était alliée aux Carthaginois – les ennemis de Rome dans les guerres puniques. Pour cette raison Rome a pris Syracuse en -212.

Archimède a séjourné quelque temps dans sa jeunesse à Alexandrie au milieu des savants de l'École d'Alexandrie (voir section suivante), mais sinon a passé sa vie à Syracuse. Il a fait des contributions majeures en mathématiques, en physique et en ingénierie.

Sa contribution principale en physique est liée de deux manières différentes à l'hydrostatique (la science qui étudie l'eau au repos).

Le roi Hiéron II de Syracuse avait commandé une couronne en or massif à un artisan, mais quand il reçut sa couronne, il eut des doutes si la couronne ne contenait pas, invisible à l'intérieur, un métal moins noble (de l'argent, voire un métal vil). Il demanda à Archimède de trouver une méthode pour vérifier si la couronne était en or pur, sans la détruire.

Un jour qu'il prenait son bain, Archimède eut une illumination. Il comprit le concept de poids spécifique¹¹ : chaque matière a un poids spécifique, c'est le poids d'un volume d'un litre (= 1000 centimètres cubes) de cette matière. L'or a un poids spécifique de 19,3 kg par litre. Pour quelques métaux courants, la table suivante donne les valeurs :

Métal	kg/litre
Or	19,3
Argent	10,5
Cuivre	9,0
Étain	7,3
Plomb	11,3

Un kilogramme d'or a donc un volume nettement plus petit qu'un kilogramme d'argent. Il est aussi plus petit qu'un kilogramme d'un mélange avec les métaux dans la liste.

11. En physique plus avancée que cette introduction, on distingue les notions de poids et de masse. La masse d'un objet mesure la quantité de matière dont il est fait. Le poids de l'objet est la force de l'attraction terrestre sur lui. Un même objet, donc une même masse, a un poids différent sur Terre et sur la Lune. Nous en parlerons dans le volume *Introduction à la physique pour les lycéens*. Pour l'instant, le concept de poids spécifique convient parfaitement.

Quand on plonge un objet d'un certain volume dans une baignoire remplie d'eau, on fait monter le niveau de l'eau par rapport à la baignoire. Si je plonge un kilo d'or, le niveau montera moins que si je plonge un kilo fait à moitié d'or et à moitié d'argent.

Alors, après être sorti de son bain et avoir couru tout nu à travers les rues de Syracuse en criant « Euréka » (« j'ai trouvé »), Archimède se procura un volume d'or pur du même poids que la couronne. Puis il vérifia si le niveau de l'eau dans la baignoire montait autant quand il plongeait son volume d'or pur ou la couronne, ou bien s'il montait davantage quand il plongeait la couronne.

Vous voulez savoir si l'artisan était honnête ? Eh bien, la couronne faisait monter le niveau de l'eau plus haut que le volume d'or pur du même poids...

En hydrostatique, Archimède fit une découverte encore plus importante qui s'appelle la *poussée d'Archimède*.

Commençons par l'illustrer avec une petite expérience simple. Prenons une boule d'un litre d'or (tout le monde a ça sous son matelas :) ¹² Suspendons cette boule à une balance consistant en un ressort vertical avec un index qui indique le long d'une graduation le poids de ce qui est suspendu, fig. II.6.

D'abord l'index de la balance marquera 19,3 kg, puisque c'est le poids d'un litre d'or. Maintenant, toujours suspendue à son ressort, plongeons la boule d'un litre d'or dans l'eau, par exemple dans une baignoire. Eh bien, maintenant la balance à ressort marque 18,3 kilogrammes ! L'eau de la baignoire exerce une poussée d'un kilogramme vers le haut sur la boule d'or ¹³.

12. En octobre 2025, un litre d'or vaut environ 2 millions d'euros. Sur le marché de l'or la mesure de poids utilisée est en général l'once Troyes qui vaut 31,103... grammes. Pour apprendre la fabuleuse histoire de l'or décoratif et monétaire, depuis Crésus, jusqu'à Charles de Gaulle, en passant par les Conquistadors, Newton, l'étalon-or, etc. lire Peter L. Bernstein, *Le Pouvoir de l'Or*, Mazarine, 2007. Extraits ici : <https://lapasserelle.com/pouvoir-or/>

13. À vrai dire, il y avait aussi une poussée d'Archimède liée à l'air, mais elle est négligeable.

Archimède, qui réalisa des expériences similaires, comprit que la force exercée par l'eau de la baignoire vers le haut sur le corps immergé est exactement égale au poids d'eau déplacé par le corps immergé. Le volume d'eau déplacé par la boule d'or d'un litre est un litre d'eau. Le poids d'un litre d'eau est un kilogramme. Donc l'eau de la baignoire exerce une force d'un kilogramme vers le haut sur la boule, et celle-ci semble ne plus peser que 18,3 kilogrammes.

C'est certainement l'une des plus grandes découvertes en physique de l'Antiquité, et peut-être même de tous les temps. Elle explique pourquoi les bateaux flottent, pourquoi les montgolfières s'envolent quand on chauffe l'air à l'intérieur, pourquoi on peut nager, pourquoi une boule de plomb, d'argent, de cuivre ou d'étain (vernée pour ne pas réagir avec le mercure) flottera à la surface d'un bain de mercure. Le poids spécifique du mercure est 13,6 kilogrammes par litre. Mais une boule d'or coulera.

Un bateau flotte parce que le volume d'eau déplacé par la partie immergée de sa coque a un poids exactement égal à celui du bateau. Si un géant enfonce le bateau un peu plus profondément dans l'eau puis relâchait le bateau, l'eau déplacée le pousserait vers le haut avec une force supérieure au poids du bateau, et le bateau remonterait. Voilà pourquoi il se stabilise à une certaine ligne de flottaison.

Je viens d'écrire « se stabilise ». Cela fait tout de suite venir à l'esprit la question suivante : pourquoi les bateaux bien conçus flottent-ils et sont stables, tandis que certains bateaux mal conçus ne sont pas stables et se couchent ?



Figure II.6 : Peson vertical à ressort.

C'est une question pour le livre pour les lycéens, mais on peut quand même en donner une explication schématique pour nourrir l'intuition. Pensons à un crayon – un bâtonnet en bois avec une mine au milieu. Si on le plonge dans l'eau bien verticalement il va rester quelques secondes droit, mais va rapidement basculer et flotter horizontalement. Pourquoi ?

Cela a à voir avec les notions de centre de gravité et centre de poussée. Le crayon a un poids ; c'est une force qui s'exerce vers le bas ; tous les petits éléments qui constituent le crayon ont un poids qui les tire vers le bas ; l'ensemble de ces forces sont *équivalentes à une force unique* qui s'exerce vers le bas appliquée au *centre de gravité* du crayon.

La notion de centre de gravité est plus claire à comprendre avec un objet horizontal, par exemple une plaque en métal, ou bien le plateau d'un garçon de café. On sait qu'on peut soutenir la plaque en métal, si elle n'est pas trop lourde, avec un seul doigt bien placé en un point précis sous la plaque. C'est son centre de gravité. De même un garçon de café avec un plateau chargé place sa main dessous assez précisément afin que le centre de gravité du plateau soit au-dessus de sa main ¹⁴. Tout le monde sait que s'il y a une carafe près du bord de son plateau, il ne faut surtout pas que le client la prenne sans prévenir, car alors le plateau va basculer, son centre de gravité se déplaçant en dehors de la main du garçon.

Nous venons d'expliquer le centre de gravité. De même l'eau qui pousse le crayon ou la coque du bateau a un *centre de poussée*. Si le centre de poussée est en dessous du centre de gravité, comme c'est le cas pour le crayon flottant brièvement en position verticale, il va basculer et se mettre à flotter horizontalement. C'est vrai aussi pour un navire mal dessiné.

Un navire bien conçu est tel que dès qu'il gite (= penche) la combinaison de la force de poussée (au centre de poussée) et de son poids (au centre de gravité) crée un couple ¹⁵ qui le

14. Plus techniquement, on dit qu'il faut que le centre de gravité soit au-dessus du périmètre de sustentation du plateau créé par la main.

15. Un couple, dans sa forme la plus simple, est un ensemble de deux forces pour faire tourner quelque chose – par exemple le couple qu'on exerce sur une crémone de fenêtre pour l'ouvrir.

remet d'aplomb. En général une quille un peu lourde au bas de la coque suffit. Mais ce n'est pas toujours nécessaire.

Les leviers étaient utilisés depuis longtemps, mais c'est Archimède qui en a expliqué le principe. Imaginons une tige horizontale articulée en son milieu avec un axe fixe ; la tige pouvant simplement pencher à droite ou à gauche, fig. II.7.

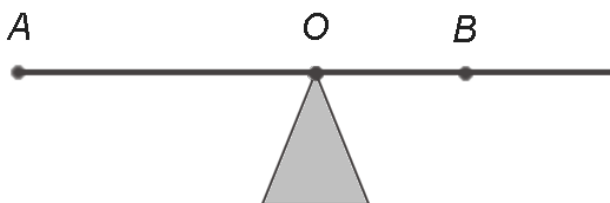


Figure II.7 : Tige articulée en son milieu à un axe lui permettant de tourner. La tige peut ainsi pencher vers la droite ou vers la gauche. Imaginons que la tige est rigide mais a un poids négligeable.

On peut parfaitement suspendre des poids différents en A et en B et que la tige soit à l'équilibre. Par exemple si OB est deux fois plus court que OA , on peut suspendre 1 kg en A et l'équilibrer avec 2 kg en B . On a même une relation mathématique plus générale. Appelons P_A un poids suspendu en A et P_B un poids suspendu en B . Appelons d_A la distance OA et d_B la distance OB . Alors la balance restera en équilibre à la condition que

$$P_A \times d_A = P_B \times d_B \quad (\text{II.2})$$

C'est le principe des balançoires dans les parcs à jeux où un enfant d'un côté peut contrebalancer deux enfants de l'autre, si l'équation (II.2) est vérifiée.

C'est aussi le principe des balances romaines, figure II.8 :



Figure II.8 : Balance romaine.

Après avoir compris et expliqué le principe du levier, Archimède aurait déclaré : « Donnez-moi un point d'appui, et je soulèverai la Terre. » Évidemment c'est seulement une image pour dire qu'un levier permet de soulever des charges très lourdes. Il faudrait un point d'appui dans l'espace, une tige très longue et rigide, et Archimède devrait suivre une formation d'astronaute. Noter aussi que quand la tige tourne, le déplacement du point *B* est plus réduit que celui du point *A*.

Un autre exemple d'utilisation de l'effet de levier est une cisaille de jardinage, fig. II.9.



Figure II.9 : Cisaille de jardinage permettant de couper une branche d'arbre jusqu'à 2 ou 3 centimètres de diamètre.

Archimède a aussi fait des travaux importants en mathématiques. Il a calculé la valeur du ratio entre la circonférence d'un cercle et son diamètre – un nombre appelé π (lire "pi") – avec une grande précision. Les Égyptiens pensaient que ce ratio était égal à 3. Les Babyloniens savaient que c'était plutôt dans les 3,1. Archimède a démontré les inégalités suivantes :

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$$

soit

$$3,1408... < \pi < 3,14285... \quad (\text{II.3})$$

Il fut capable de calculer la surface sous une parabole entre 0 et 1 et trouva que pour la parabole canonique, c'est-à-dire celle dont l'équation est $y = x^2$, c'est 1/3.

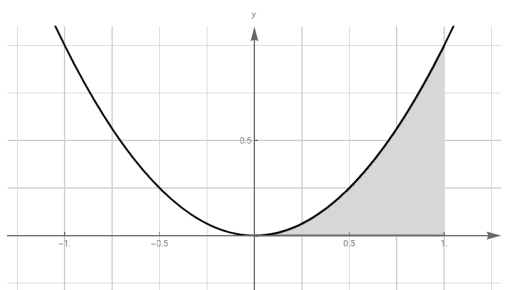


Figure II.10 : La surface sous la parabole $y = x^2$ entre 0 et 1 est égale à 1/3. Noter qu'on voit immédiatement que c'est forcément inférieur à 1/2, car 1/2 est la surface de la moitié du carré de côté 1.

Le résultat de mathématiques dont il était le plus fier était son calcul du volume d'une sphère. On sait que la circonférence d'un cercle est $2\pi R$ où R est le rayon du cercle – il n'y a là *rien à démontrer*, c'est la *définition* du nombre π . On démontre assez facilement dès le collège¹⁶ que la surface du cercle est πR^2 . Mais pour le calcul du volume de la sphère, c'est une autre paire de manches.

16. Voir nos ouvrages de mathématiques du collège déjà mentionnés.

Archimède démontra que le volume d'une sphère de rayon R est ¹⁷

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (\text{II.4})$$

et sa surface est

$$S = 4\pi R^2 \quad (\text{II.5})$$

Il fit aussi des contributions importantes en ingénierie, en particulier une vis sans fin (appelée aussi vis d'Archimède) permettant de faire monter de l'eau très facilement.

On pourrait écrire plusieurs livres sur Archimède, ses découvertes et inventions, sans épuiser tout ce qu'il y a d'intéressant à dire. Mais tournons-nous vers l'École d'Alexandrie.

II.5 École d'Alexandrie

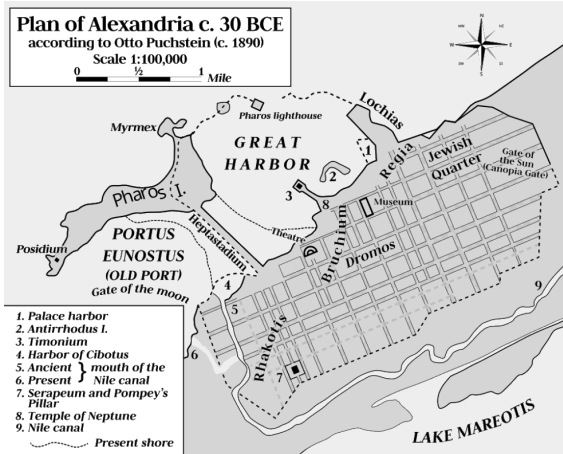


Figure II.11 : Plan de l'Alexandrie antique. La célèbre bibliothèque d'Alexandrie se trouvait à côté du Musée dans lequel travaillaient les savants alexandrins. Source : wikipedia.

On a vu que la science grecque a été florissante en Ionie et en Sicile. Elle a aussi été brillante à Athènes aux Ve et

17. Le mathématicien chinois Zu Chongzhi (429–500) donna aussi la formule (II.4) quelques siècles après Archimède.

IVe siècles avant J.-C. avec quelques grands savants à la fois philosophes et scientifiques¹⁸, comme Platon et Aristote.

À la fin du IVe siècle av. J.-C., le centre de la science grecque était passé à Alexandrie, la ville fondée par Alexandre le Grand en -331 juste à l'ouest du delta du Nil en Égypte.

Parmi les grands savants qui vécurent et travaillèrent à Alexandrie, on compte Euclide (c. -300), Ératosthène (-276, -194), Héron (c. 10, c. 70), Pappus (c. 290, c. 350), Hypatie (c. 360, morte assassinée par des nervis de Saint-Cyrille en 415). On compte aussi des érudits célèbres, non scientifiques, comme Origène (c. 185, 253), théologien chrétien, Philon (c. -20, c. +45), fondateur du judaïsme hellénistique, ou Plotin (204, 270), théologien néo-platonicien.

Euclide était un mathématicien mais pas (ou peu) un physicien. Il est l'auteur du célèbre ouvrage, *Éléments*, qui a connu une carrière éditoriale phénoménale, ayant été traduit et édité pendant plus de 2000 ans. Il servait encore de manuel scolaire pour l'enseignement de la géométrie dans les pays occidentaux à la fin du XIXe siècle.

Ératosthène était un grand physicien et mathématicien, qui fut directeur de la bibliothèque d'Alexandrie. Il a mesuré la circonférence de la Terre grâce à une méthode astucieuse. À son époque, il était définitivement admis par les plus grands savants que la Terre était une sphère¹⁹ – même si cela soulevait des questions auxquelles on ne savait pas répondre : « Comment les gens vivant de l'autre côté, s'il y en avait, ne tombaient pas ? »

18. Jusqu'au XIXe siècle, les plus grands philosophes étaient aussi de grands scientifiques, et réciproquement. C'est au XXe, et plus spécialement en France, que sont apparus des philosophes proéminents connaissant mal les sciences ce qui est regrettable pour eux car les sciences – quand on les connaît bien, avec une solide formation scientifique – sont une extraordinaire source de réflexions philosophiques. Quand on ne les connaît pas bien, la philosophie en est réduite à discuter sur ce que « l'homme *doit* faire et pas faire », « de quelle liberté il dispose », et « quelle est la raison de l'existence de l'univers » – bref développer des considérations qui font discrètement référence aux volontés divines.

19. Aristote avait fait observer que pendant les éclipses de Lune on voyait l'ombre de la Terre projetée sur la Lune, et qu'elle était ronde.

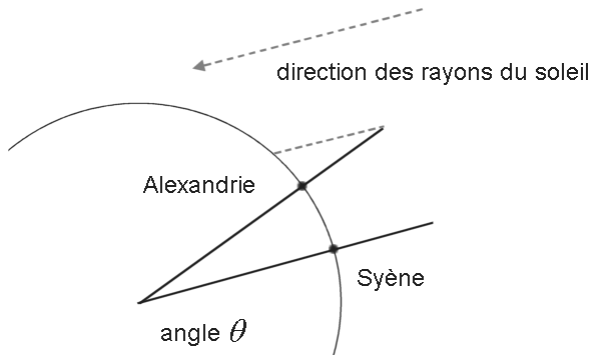


Figure II.12 : Méthode d'Ératosthène pour mesurer la circonférence de la Terre (angle exagéré pour illustration).

On savait qu'en Égypte les villes d'Alexandrie et de Syène étaient sur le même méridien, autrement dit, Syène était plein sud par rapport à Alexandrie, à une distance d'environ 800 km (convertie en unité de longueur moderne). On avait aussi remarqué que lorsque le Soleil passait au zénith de Syène (quand les colonnes verticales n'avaient plus d'ombre), au même moment, quand le Soleil était le plus haut dans le ciel à Alexandrie, les rayons du Soleil faisaient un angle de 7° avec la verticale, angle θ sur la figure II.12.

Étant donné que la circonférence complète de la Terre correspond à 360° , et que 7° correspondent à 800 km, on en déduit que la circonférence de la Terre fait

$$800 \text{ km} \times \frac{360}{7} \approx 40\,000 \text{ km} \quad (\text{II.6})$$

Et comme la circonférence est égale à $2\pi R$, on en déduit aussi que le rayon de notre planète est égal à 40 000 divisé par 6,28²⁰ soit environ 6400 km.

Un autre savant important d'Alexandrie est Héron d'Alexandrie, qui était lui aussi à la fois mathématicien et physicien. En mathématiques, il a trouvé comment calculer la racine carrée de n'importe quel nombre positif. Il a aussi trouvé une

20. On se rappelle qu'Archimède avait donné 3,14 pour la valeur de π .

magnifique formule pour calculer la surface d'un triangle quelconque quand on connaît les longueurs de ses trois côtés²¹. Soit un triangle ABC quelconque, et a , b et c les longueurs des côtés, alors la surface S est donnée par la formule

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{II.7})$$

où $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$, c'est-à-dire la moitié du périmètre du triangle. Voir notre livre *Mathématiques du collège, volume 1 : 6e et 5e*, Les Éditions du Bec de l'Aigle, 2022, pages 202-204, où nous ne la démontrons pas (elle est du niveau Terminale), mais nous la vérifions sur un exemple.

Héron a fait des contributions importantes en physique. On lui attribue – en poussant un peu le bouchon selon l'auteur – l'invention de la machine à vapeur. Ce qu'il a construit est un mécanisme qui pouvait tourner sur lui-même mû par des jets de vapeur latéraux comme sur la figure II.13 :



Figure II.13 : Machine similaire à celle de Héron. De l'eau est portée à ébullition dans un récipient fermé, de la vapeur est dirigée dans les tuyaux qui arrivent dans la sphère qui peut tourner, et des jets de vapeur latéraux la mettent en mouvement.

21. Certains historiens des sciences estiment qu'il y a des raisons de penser qu'Archimède la connaissait déjà. Mais on ne l'a pas retrouvée dans les écrits d'Archimède qui nous sont parvenus.

Cette machine – qui appartient techniquement au domaine de la thermodynamique²² – était très en avance sur son temps. Il fallait d’abord que le travail des métaux fasse de grands progrès avant qu’on puisse fabriquer des machines à vapeur réellement utilisables. Notons d’autre part que celles inventées au XVIIIe siècle et perfectionnées au XIXe n’utilisent pas la vapeur pour produire un jet, qui par réaction fait reculer la source du jet, mais utilisent la vapeur sous pression pour pousser un piston.

C’est cependant la première fois qu’on a mis en oeuvre la chaleur dans un mécanisme pour créer du mouvement — une idée qui aurait un grand avenir, beaucoup plus tard.

L’École d’Alexandrie fut le dernier grand centre scientifique du monde antique gréco-romain au premier millénaire. Son activité déclina après la chute de l’Empire romain d’Occident au Ve siècle et encore davantage après la conquête arabo-musulmane au VIIe.

Pour plusieurs siècles, le flambeau de la science passa aux mains de la civilisation arabo-musulmane au Moyen-Orient et en Espagne, voir chapitre III.

Il reviendra progressivement en Occident après l’an mil. Après 1500, l’Europe commencera à dominer le monde²³ et sera aussi à nouveau le moteur du progrès scientifique.

22. La thermodynamique est la science qui utilise de la chaleur pour créer du mouvement. Elle naîtra réellement au début du XIXe siècle, quand après avoir inventé les machines à vapeur modernes au siècle précédent, on chercha à les améliorer. Cela conduisit à de grandes avancées théoriques aussi bien que pratiques, et ajouta un nouveau domaine de la physique à côté de la mécanique, l’optique, l’électricité et la chimie.

23. Comme nous pensons, parlons, étudions et agissons en tant qu’Européens, notre continent – plus spécialement l’Europe occidentale – nous paraît très important depuis toujours. Mais c’est une illusion d’optique. En réalité, dans l’Antiquité et encore jusque vers l’an mil, l’Europe occidentale était une région excentrée et négligeable de la planète sur les plans politique, économique, intellectuel, culturel et artistique. Elle s’est mise à dominer le monde à partir du XVIe siècle, et l’a dominé jusque vers le milieu du XXe siècle. Nous avons du mal aujourd’hui à comprendre que l’Europe a perdu sa place prééminente dans le monde.

II.6 Systèmes de numération dans l'Antiquité

Nous avons jusqu'ici utilisé librement le système de numération décimal positionnel pour noter les différents nombres qu'on a présentés : 146 mètres pour la hauteur de la pyramide de Khéops²⁴, 3,14... pour le nombre π , etc.

Mais il faut se rappeler que ce n'est pas ainsi que les Anciens notaient les nombres. Il y avait beaucoup de systèmes de numération et de notation différents. Cela rendait encore plus compliqué que ce que nous avons montré le calcul des mesures et autres nombres.

Les Babyloniens notaient $\frac{3}{4}$ par un espace vide pour zéro, suivi du nombre quarante-cinq. Quarante-cinq était noté par quatre chevrons suivis de cinq clous. Leur système était sexagésimal. Quarante-cinq signifiait $\frac{45}{60}$, soit trois quarts.

Dans le monde gréco-romain, la multiplication $57 \times 13 = 741$ était notée XLVII fois XIII égale DCCXLI.

Archimède utilisait simplement des fractions pour les chiffres après la virgule (notés avec les signes gréco-romains, qui ne sont pas les nôtres qui viennent du sanscrit). La formule (II.3) était soit notée

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$$

comme nous l'avons vu plus haut, soit

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

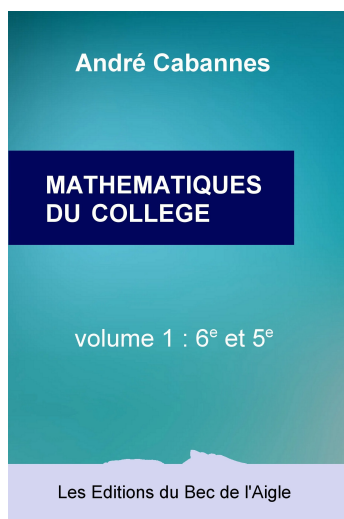
Pour une présentation succincte et pédagogique des calculs avant le système indo-arabe, dit décimal positionnel, voir notre livre *Mathématiques du collège, volume 1 : 6e et 5e*, Les Éditions du Bec de l'Aigle, 2022.

Le passage en Occident du système de numération gréco-romain antique au système de numération indo-arabe a eu lieu lentement entre le XIe et le XVIe siècle.

24. Le mètre n'était pas non plus l'unité de longueur universelle, il y en avait beaucoup de différentes. Par exemple, la distance entre Alexandrie et Syène n'était pas 800 km mais 5000 stades.

Catalogue des

ÉDITIONS DU BEC DE L'AIGLE



www.amazon.fr/dp/2957239159

Cours de mathématiques du collège.

Volume 1 : 6e et 5e.

à l'intention des collégiens et de leurs parents

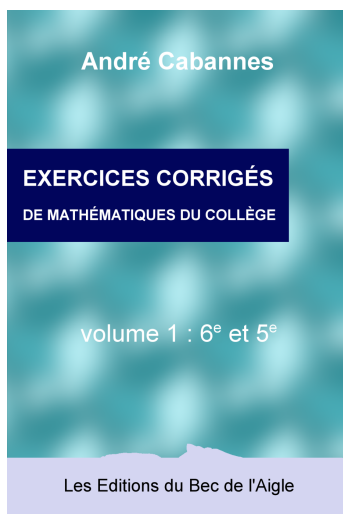


www.amazon.fr/dp/2957239167

Cours de mathématiques du collège.

Volume 2 : 4e et 3e.

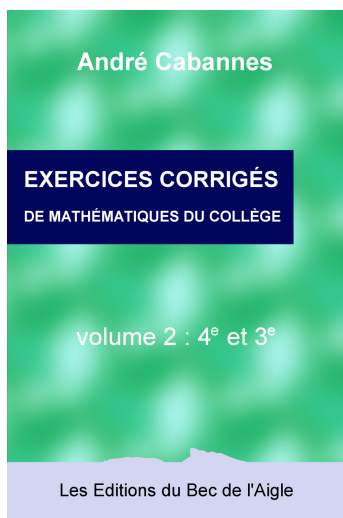
à l'intention des collégiens et de leurs parents



www.amazon.fr/dp/2958738566

Maths du collège volume 1

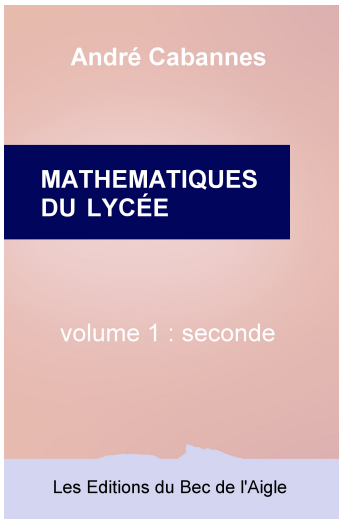
Le livre de CORRIGÉS
des exercices



www.amazon.fr/dp/2958738574

Maths du collège volume 2

Le livre de CORRIGÉS
des exercices



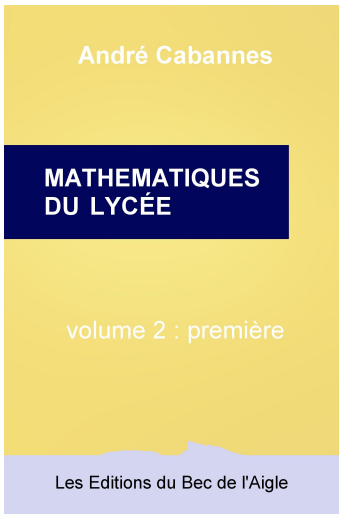
www.amazon.fr/dp/2957239183

Cours de mathématiques de seconde

à l'intention des lycéens et de leurs parents

CORRIGÉS :

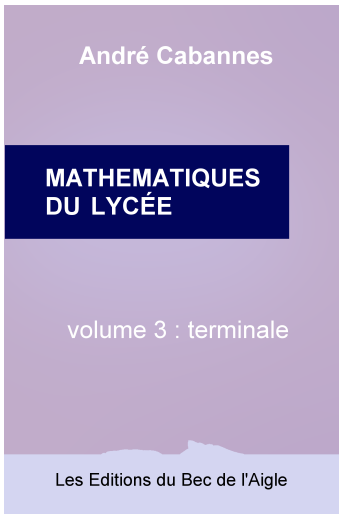
www.amazon.fr/dp/2958738582



www.amazon.fr/dp/2957239191

Cours de mathématiques de première

à l'intention des lycéens et de leurs parents



www.amazon.fr/dp/2958738507

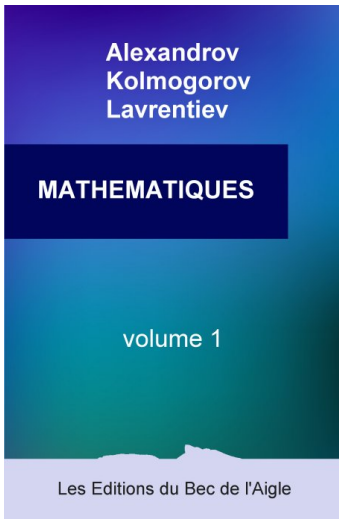
Cours de mathématiques de terminale

à l'intention des lycéens et de leurs parents



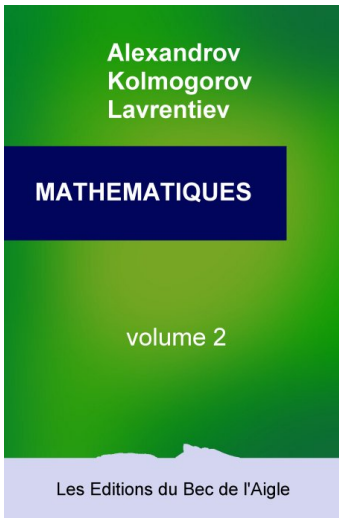
www.amazon.fr/dp/2957239140

Cours de comptabilité (niveau baccalauréat)



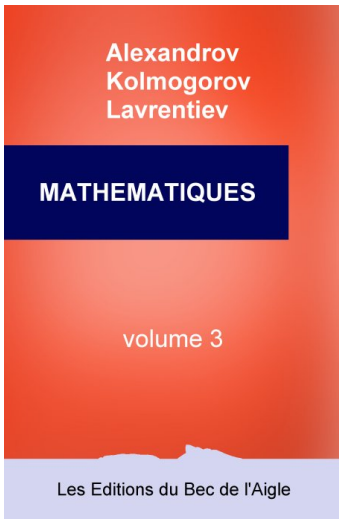
www.amazon.fr/dp/2957239124

Introduction aux mathématiques
(niveau baccalauréat)



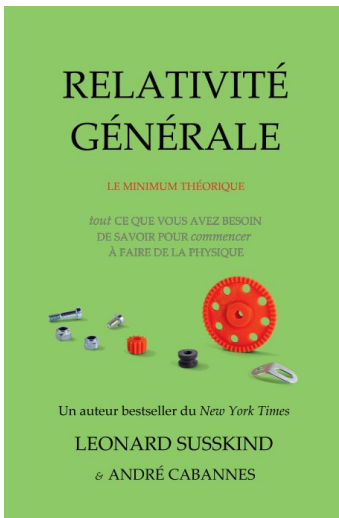
www.amazon.fr/dp/2957239116

Les mathématiques pour l'utilisateur
(niveau première année
d'université)



www.amazon.fr/dp/2957239132

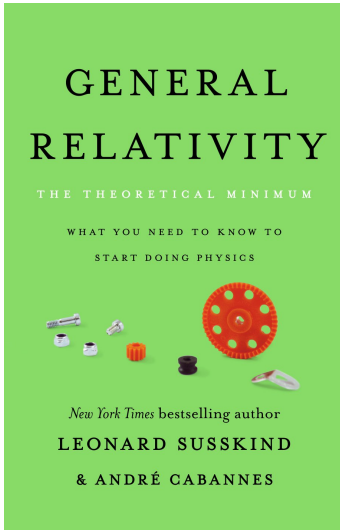
Les mathématiques pour l'étudiant spécialisé et le chercheur
(niveau licence)



www.amazon.fr/dp/2957239175

Cours de physique
(niveau maîtrise)

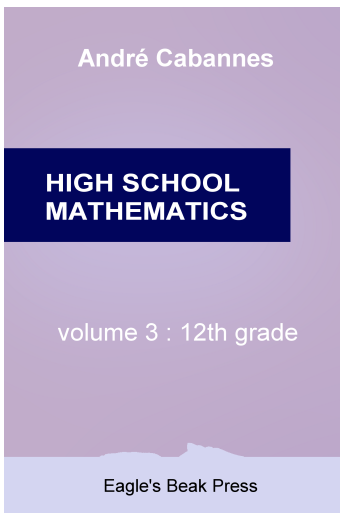
English titles by André Cabannes



www.amazon.com/dp/B09ZB613QY

General Relativity

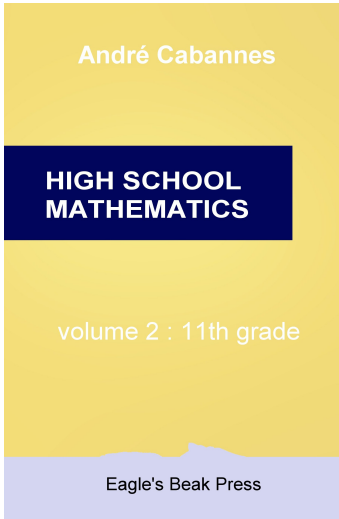
Graduate studies.



www.amazon.com/dp/2958738515

High school mathematics

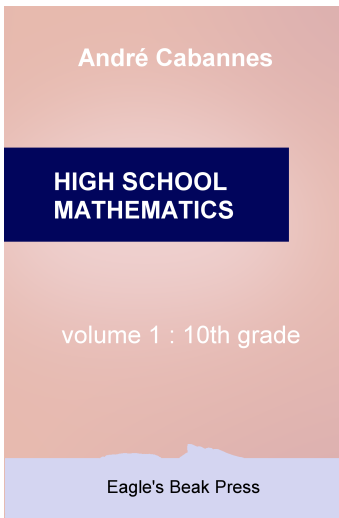
Volume 3 : 12th grade



www.amazon.com/dp/2958738523

High school mathematics

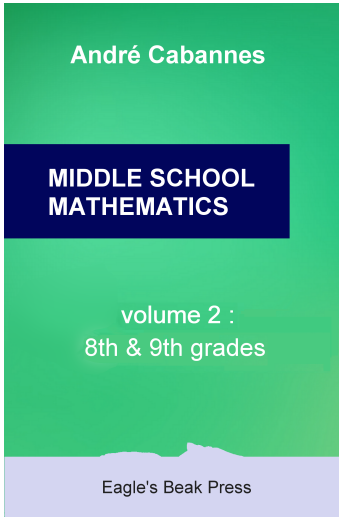
Volume 2 : 11th grade



www.amazon.com/dp/2958738531

High school mathematics

Volume 1 : 10th grade

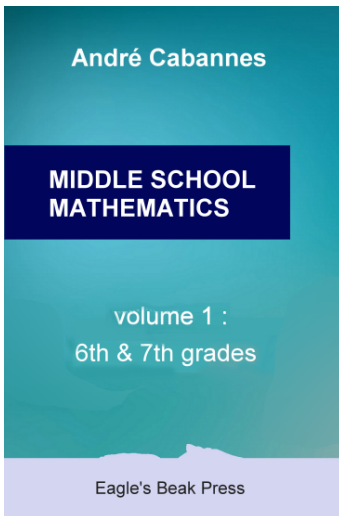


www.amazon.com/dp/295873854X

Middle school mathematics

Volume 2 : 8th & 9th grades

for middle school students and
their parents



www.amazon.com/dp/2958738558

Middle school mathematics

Volume 1 : 6th & 7th grades

for middle school students and
their parents