

Le médaillé Fields L. Lafforgue raconte comment A. Grothendieck a révolutionné les mathématiques

*Émission Tocsin+, avec Alexandre Cuignache — invité :
Laurent Lafforgue, mise en ligne sur YouTube le 12 juin
2025*

L'animateur ouvre l'émission en annonçant qu'il sera question du plus grand mathématicien du XX^e siècle, Alexandre Grothendieck, à l'occasion de la parution de son livre *La Clé des songes* aux éditions Allia. L'invité, Laurent Lafforgue, est présenté : mathématicien, médaille Fields 2002, ancien chercheur du CNRS, professeur à l'Institut des hautes études scientifiques (IHÉS) — l'institut même où Grothendieck a travaillé — membre de l'Académie des sciences et auteur de nombreux ouvrages.

« Est-ce que vous pourriez nous présenter ce mathématicien Alexandre Grothendieck ? »

Lafforgue commence par situer Grothendieck comme l'un des plus grands mathématiciens de l'histoire, pas seulement du XX^e siècle. Il retrace sa naissance à Berlin en 1928, d'une mère allemande, Hanka Grothendieck, et d'un père russe juif, Alexander Schapiro (dit « Sacha »). Le nom « Grothendieck » est celui de la mère : c'est elle qui transmet son nom à l'enfant, son père venant, lui, d'un milieu juif hassidique russe — Lafforgue croit même que le grand-père paternel était rabbin dans leur ville d'origine, Novozybkov, aujourd'hui dans l'oblast de Briansk en Russie.

L'enfant grandit d'abord quelques années auprès de ses parents en Allemagne. Mais après l'arrivée d'Hitler au pouvoir en 1933, ceux-ci quittent le pays et le confient à une famille

d'accueil qui l'élève pendant six ans. Ce n'est que quelques mois avant le début de la Seconde Guerre mondiale qu'on parvient à l'envoyer en France rejoindre ses parents : il a alors 11 ans, et c'est à cette date, en 1939, qu'il commence à apprendre le français — sa langue maternelle étant l'allemand.

Les années de guerre sont tragiques pour la famille, comme pour beaucoup d'Européens de l'époque : le père est déporté et meurt en déportation. L'enfant lui-même fréquente plusieurs établissements dans des conditions très difficiles, en particulier le collège Cévenol au Chambon-sur-Lignon, où il commence, en fait, à faire des mathématiques tout seul — une pratique solitaire qu'il poursuivra dans l'immédiat après-guerre à l'université de Montpellier. Officiellement inscrit en mathématiques, il y travaille en réalité en autodidacte sur des questions qui l'intéressent personnellement, sans rapport avec le contenu des cours.

C'est avant d'être repéré comme une personnalité extrêmement singulière par ses professeurs, et envoyé comme auditeur libre à l'École normale supérieure à Paris — Lafforgue situe cet épisode vers 1948, Grothendieck ayant alors 20 ans. Il y reste un an ou deux, avant de partir à Nancy commencer une thèse auprès de deux mathématiciens célèbres de l'époque, Laurent Schwartz et Jean Dieudonné. C'est là, en quelques mois, que celui qui ne connaissait presque rien s'impose comme l'un des mathématiciens les plus créatifs de son temps, dépassant même ses propres directeurs de thèse — alors que Schwartz venait pourtant d'obtenir la médaille Fields. Grothendieck devient en quelques mois le maître incontesté du domaine qu'il étudie alors : l'analyse fonctionnelle.

Puis, quelques années plus tard, il commence à s'investir dans un autre domaine : la géométrie algébrique, discipline très ancienne qui remonte, d'une certaine manière, aux Grecs (la géométrie des droites et des cercles enseignée à l'école en est le point de départ historique). Grothendieck va complètement renouveler, refonder ce domaine classique sur des bases entiè-

rement nouvelles, avec un impact mondial. À partir de 1958, un institut créé spécialement pour lui — l'Institut des hautes études scientifiques — devient, avec Jean Dieudonné comme premier professeur associé, en quelques années le centre des mathématiques mondiales. Grothendieck contribue d'ailleurs plus qu'aucun autre à ce que le français reste une langue internationale des mathématiques, lui dont ce n'était pourtant pas la langue maternelle, mais qu'il maîtrisera au point d'en devenir un véritable écrivain — comme en témoigne la lecture de *La Clé des songes*. Son rapport aux mathématiques, souligne Lafforgue, passe fondamentalement par le langage. D'ailleurs, lorsqu'il était adolescent au collège Cévenol, ses camarades et ses professeurs lui avaient donné un surnom : non pas « le matheux », mais « le poète » — en raison précisément de ce rapport particulier au langage sur lequel il fondera plus tard sa recherche mathématique.

Entre 1958 et 1970, avec lui, l'IHÉS devient donc le centre des mathématiques mondiales. Puis, en 1970, à 42 ans, il quitte brutalement l'institut. Il n'a en fait pas pu trouver de place ailleurs dans le monde mathématique parisien, à la suite de certaines circonstances qu'on raconte souvent de façon anecdotique — mais la raison fondamentale, selon Lafforgue, tient à ce qu'il était trop différent des autres. C'était quelqu'un qui, à la fois, dominait complètement les mathématiques de son temps, semblait parfaitement intégré au milieu mathématique français et mondial, mais qui était aussi perçu par les autres comme un véritable extraterrestre : quelqu'un qui faisait des mathématiques d'une manière complètement différente de tout le monde, et qui, en à peine vingt ans, avait changé le sens même du mot « mathématique » pour les mathématiciens.

Après son départ de l'IHÉS en 1970, à l'âge de 42 ans, il s'éloigne du monde mathématique dont il était le roi et mène une existence retirée. Il est d'abord professeur à l'université de Montpellier, son université d'origine, très loin de ce qu'il appelle lui-même « le grand monde mathématique ». Puis,

au début des années 1980, il obtient de quitter ce poste de professeur pour rentrer au CNRS, où il reste quelques années avant de prendre officiellement sa retraite en 1988, puis, en 1990, de se retirer complètement : il quitte alors son domicile connu pour un autre, sans communiquer à personne sa nouvelle adresse. Pendant des années, personne ne sait où il se trouve. Il s'est en réalité installé dans un petit village de l'Ariège appelé La Serre, où il vit près de 25 ans — le dernier quart de son existence — jusqu'à sa mort en 2014, en solitaire, on peut même dire en ermite.

Lafforgue précise ici un point important : le mot « ermite » a une connotation religieuse, et c'est effectivement une chose essentielle à dire au sujet de Grothendieck. Il était né et avait grandi dans un milieu de révolutionnaires : ses parents s'étaient rencontrés dans l'Allemagne des années 1920, dans des milieux qu'on appelait spartakistes, donc plutôt anarchistes et révolutionnaires. Son père avait été révolutionnaire en Russie depuis l'âge de 15 ans, ayant vécu la révolution avortée de 1905. Sa mère, elle, était issue d'une famille protestante. Mais ses parents, l'un comme l'autre, avaient rejeté leur tradition d'origine et étaient en particulier très hostiles aux religions instituées — une hostilité que Grothendieck lui-même hérite d'abord.

Et pourtant, malgré cela, à partir des années 1980, Grothendieck est habité par une recherche spirituelle de plus en plus intense — on peut dire une recherche de Dieu — mais qui le mène là aussi en solitaire, comme il en avait l'habitude en mathématiques. Cette recherche passe par des lectures, des méditations, et surtout par l'écriture : pour lui, que ce soit la recherche mathématique ou la recherche de vérité spirituelle, tout passait par l'écriture. Cela signifie que c'est quelqu'un qui, pendant sa vie, a probablement écrit des centaines de milliers de pages, dont une partie nous est restée : on a retrouvé à La Serre environ 70 000 pages de manuscrits, aujourd'hui conservées à la Bibliothèque nationale de France — mais cela ne représente qu'une partie de ce qu'il a écrit, le total réel se

comptant en centaines de milliers de pages.

Sur son propre parcours, Lafforgue raconte avoir découvert Grothendieck et son œuvre un an ou deux après son entrée à l'École normale supérieure : avant cela, il n'en avait même pas entendu parler. Il l'a découvert à l'occasion d'un groupe de travail d'initiation à la géométrie algébrique auquel il avait décidé de participer, et où il a vite réalisé que tout ce qui s'y disait était fondé sur l'œuvre de Grothendieck. Il est alors allé à la bibliothèque de l'École normale supérieure emprunter en masse toute une série de livres représentant une partie de cette œuvre, et s'y est plongé : il se souvient très bien avoir eu, en lisant ces mathématiques totalement différentes de tout ce qu'il avait lu jusque-là, le sentiment qu'elles comportaient une dimension proprement spirituelle — et ce, alors même qu'il ne connaissait à l'époque rien de la vie de Grothendieck ni de ce qu'il était devenu.

« Vous avez dit tout à l'heure que, après Grothendieck, le sens du mot mathématique avait changé, y compris pour les mathématiciens. Est-ce que vous pourriez nous dire ce qu'on entendait par mathématique avant Grothendieck, et en quoi cela a-t-il changé par son œuvre ? »

Lafforgue reconnaît que ce sont là des questions vraiment difficiles. Il propose la réponse suivante : avec Grothendieck, les mathématiques sont devenues davantage liées au langage. C'est-à-dire que Grothendieck considère que le travail mathématique consiste d'abord, avant tout, à *donner des noms*. Il va jusqu'à formuler une idée qui dépasse le cadre des mathématiques : l'acte de nommer serait l'acte humain fondamental. Cette formule, sans qu'il le dise ni peut-être même le pense explicitement, a une résonance religieuse évidente : elle fait immédiatement penser au texte de la Genèse, à l'épisode où Dieu, après avoir créé l'homme, le conduit devant les animaux et attend de voir quel nom celui-ci va leur donner. Ce n'est pas

Dieu qui décide : c'est l'homme qui, en nommant, accomplit le premier acte créatif humain.

Cette conception — celle d'une création, en particulier d'une création mathématique, qui consiste fondamentalement à nommer — conduit Grothendieck à une idée singulière : il y aurait, en quelque sorte, des « êtres mathématiques ». Non seulement ce sont des êtres, mais dans la manière dont il en parle, on a l'impression que ce sont presque des êtres vivants, des êtres qui attendent qu'on leur donne une voix. Il dit que ces êtres-là nous parlent, mais qu'ils parlent à voix très basse — et d'autant plus basse que ce qu'ils ont à dire est important. Plus une vérité est importante, plus elle est difficile à entendre, plus on a besoin, pour l'entendre, d'être attentif, de prêter l'oreille ; et plus on est perturbé dans cette entreprise par le bruit. S'il y a du bruit, on n'entend pas.

C'est là, selon Lafforgue, le grief le plus profond, le plus dur, que Grothendieck adresse au monde contemporain : il y a chez lui un côté nettement antimoderne. Son reproche principal est que le monde moderne est plein de vacarme — un vacarme dans tous les sens du terme — et Lafforgue se souvient d'une formule de Grothendieck évoquant un monde qui sombre dans le vacarme infernal de son propre bruit. C'est ainsi qu'il perçoit le monde. Et c'est aussi de cette façon qu'il faut comprendre son choix de se retirer dans un petit village, de ne recevoir personne, de vivre en silence : en silence précisément pour pouvoir entendre.

Il faut bien comprendre que lorsque Grothendieck dit ces choses, il les exprime de manière générale : ce sont pour lui des caractères de toute recherche de vérité, y compris de toute recherche de soi-même. Mais il le dit parce qu'il en a l'expérience concrète, en particulier l'expérience mathématique. Pour lui, la recherche mathématique est donc, d'abord et avant tout, une expérience de réceptivité — c'est-à-dire une capacité qu'il faut avoir, une capacité d'écoute, mais aussi de vision. Il utilise comme image les différents sens : c'est en quelque sorte « écouter pour voir ». Et là encore, cela entre en résonance

avec la révélation biblique — Lafforgue pense en particulier au commandement adressé au peuple hébreu, « Écoute, Israël » (*Shema Israël*).

L'animateur relève alors, à titre de remarque, un possible rapprochement (sans doute non voulu, mais d'autant plus intéressant) : en hébreu, le mot signifiant « écoute » se rapproche par sa sonorité du mot « schéma » — or c'est précisément le nom que Grothendieck a choisi pour l'une de ses théories fondatrices, la théorie des schémas, qui a permis à l'Institut des hautes études scientifiques de devenir, entre 1958 et 1970, le centre des mathématiques mondiales.

Cette idée qu'il faut écouter, écouter ces voix très basses qui nous parlent et qui attendent en quelque sorte que nous les entendions et que nous écrivions ce qu'elles ont à dire, conduit à une autre expression employée par Grothendieck : il parle de *décrire sous la dictée*. C'est-à-dire que lui-même n'a pas du tout le sentiment d'être créatif : il se conçoit comme un scribe qui écrit ce qu'il entend ou ce qu'il voit. Il dévoile plus qu'il n'invente ; et plus exactement, la part créative du travail, c'est justement le choix des mots — parce que ces choses nous parlent, elles attendent que nous les voyions, mais pour les voir nous avons besoin de les nommer, de leur donner des noms. Et pour lui, c'est là précisément que réside la difficulté de la recherche mathématique, comme de toute recherche : sans le langage, nous ne voyons pas, mais en même temps, comment nommer ce qu'on ne voit pas encore ? Pour nommer une chose, il faut déjà la voir ; mais si on ne la voit pas, si on ne l'a pas déjà nommée, on ne la voit pas. D'où la difficulté, et pour lui le travail du créatif consiste justement à franchir ce pas, et à le franchir par une attitude intérieure : celle de l'écoute.

C'est précisément ce que *La Clé des songes* explore en bonne partie : ce que signifie pour Grothendieck la créativité, dont le fondement est la réceptivité. Et en particulier en mathématiques, l'approche de Grothendieck n'est absolument pas une approche « prométhéenne », contrairement à la plupart des

mathématiciens. Ce n'est pas quelqu'un qui cherche à passer en force, ni quelqu'un qui cherche, selon une expression qu'il emploie lui-même, à faire des « mathématiques sportives » — c'est-à-dire à réaliser des exploits. C'est quelqu'un qui se place dans une attitude intérieure de réceptivité : il ne s'agit pas de dérober le feu sacré, mais de recevoir, d'être assez humble pour recevoir ce qui nous est donné.

Il faut cependant se rendre compte, en même temps, que Grothendieck était perçu par tout le monde comme ayant une capacité de travail colossale : quelqu'un aussi perçu comme très viril, qui écrivait énormément, qui avait en lui une force très grande. Mais ce n'est pas du tout ainsi que lui-même se concevait et concevait son rapport aux choses. Ce qui prime pour lui, encore une fois, c'est la réceptivité : son rapport aux mathématiques, et plus généralement aux sciences, n'est pas brutal — au contraire, c'est une approche qui se fait dans la délicatesse, un refus délibéré de la brutalité.

« On imagine aisément qu'on puisse nommer une vache, un chien, un arbre... mais qu'est-ce qu'un être mathématique ? »

Lafforgue répond que ce sont des êtres de pensée — c'est-à-dire des êtres que l'imagination humaine a la capacité de saisir. Il précise que le mot « imagination » signifie littéralement la capacité de créer des images, de se représenter les choses. Grothendieck avait évidemment une énorme imagination, mais là encore il ne cherchait pas à inventer : il n'aimait pas ce verbe. Il ne se concevait ni comme un inventeur, ni même comme un ingénieur ; le terme qu'il préférait, c'était plutôt celui d'un humble ouvrier qui a une tâche à accomplir et qui l'accomplit.

L'animateur relève d'ailleurs que, dans le vocabulaire de Grothendieck, on retrouve souvent le mot « création », ainsi que des expressions comme « acte de connaissance » — alors qu'intuitivement on pourrait penser que connaissance et ac-

tion sont deux choses différentes, et que pourtant lui les rassemble. Lafforgue confirme ce rapprochement et y voit un trait fondamental chez Grothendieck : celui de toujours faire des rapprochements. Il note d'ailleurs que, même dans la structure de *La Clé des songes* — son titre, son sous-titre, les titres de chapitres, de paragraphes et de sous-paragraphes — on trouve très souvent des associations de mots de ce type.

Sur les mots choisis par Grothendieck pour nommer ses notions

En mathématiques, plus qu'aucun autre mathématicien de l'histoire, Grothendieck a beaucoup défini : il a introduit de nouvelles notions en choisissant des noms pour elles, et il ne les a pas choisis de manière arbitraire, mais de façon à ce qu'ils soient les plus suggestifs possible de ces êtres abstraits — en empruntant des mots du langage courant et en leur donnant une nouvelle signification, contenue dans la définition mathématique, de façon que le choix du mot aiguille et oriente l'imagination. C'est, selon Lafforgue, une véritable utilisation poétique des mots.

Premier exemple donné : le mot *étale*, un adjectif du français courant qui s'applique à un certain état de la mer — une mer très plate, quand il n'y a pas du tout de vent. Grothendieck a voulu suggérer par ce mot quelque chose d'analogue pour un objet mathématique précis, et ce terme a ensuite été repris tel quel, sans traduction, dans toutes les langues du monde où l'on fait des mathématiques.

Deuxième exemple : le mot *cristallin*, dérivé de « cristal ». Un cristal, explique Lafforgue, est quelque chose qui se construit de proche en proche en respectant toujours la même structure, avec une certaine propriété de rigidité : quelque chose qui, à partir d'un germe, a la propriété de pouvoir s'étendre dans l'espace tout en restant rigide, c'est-à-dire sans pouvoir être déformé. Grothendieck avait voulu désigner un certain type d'objet mathématique possédant précisément ces deux

propriétés, et a donc choisi le nom « cristal » et l'adjectif « cristallin » — il existe d'ailleurs une lettre célèbre de lui, connue de nombreux mathématiciens, où il explique ce choix. Là aussi, ces mots ont été retranscrits et sont utilisés dans toutes les langues.

Si l'on fait le bilan, Lafforgue estime que Grothendieck a introduit plusieurs centaines de nouvelles notions de cette façon. Il cite, pour celles qui l'intéressent le plus personnellement, une autre notion : celle de *topos*, pour laquelle Grothendieck a choisi le mot grec désignant le lieu. C'est en quelque sorte une notion générale d'espace, beaucoup plus générale que tout ce qui avait été introduit auparavant en mathématiques. Il a choisi ce mot grec parce qu'il est polysémique : il signifie « le lieu », mais il existait déjà en mathématiques une discipline appelée topologie, dont le nom vient également du grec *topos*. Grothendieck a voulu signifier que le véritable objet d'étude de cette discipline — ce qu'on appelait auparavant la topologie — ce sont en réalité les topos.

Lafforgue relève enfin qu'il y a plusieurs raisons pour lesquelles Grothendieck choisit tel ou tel mot, et qu'il aime en particulier les rencontres : il considère par exemple que pour qu'une notion mathématique soit réellement importante, il faut qu'on puisse l'envisager de plusieurs points de vue différents. C'est donc aussi un homme des rencontres, qui a su construire des théories mathématiques intégrant la multiplicité des points de vue — ce que permet justement la théorie des topos : un topos est quelque chose qu'on peut regarder d'une multitude de points de vue différents. Mais cette caractéristique va plus loin qu'une simple habitude intellectuelle humaine : chez Grothendieck, elle devient un objet à l'intérieur des mathématiques elles-mêmes. C'est là, selon Lafforgue, l'une des caractéristiques les plus essentielles, les plus extraordinaires, de son œuvre : il a su intégrer, ramener à l'intérieur des mathématiques, des choses qui paraissaient extérieures ou qui paraissaient même au-dessus des mathématiques — des choses que les mathématiciens auraient inter-

prêtées comme de nature « métamathématique », de la même façon que la métaphysique est au-delà de la physique. C'est un peu comme s'il avait ramené la métaphysique à l'intérieur de la physique : Grothendieck a ramené la métamathématique à l'intérieur des mathématiques. Cela donne une très grande puissance à ses outils, puisque cela permet de raisonner et de calculer sur des choses qui, auparavant, semblaient échapper à tout calcul rigoureux.

Lui-même, cependant, cherchait simplement à nommer, à comprendre ; et pour lui, la compréhension passait par l'acte de nommer, c'est-à-dire par l'acte de saisir ce qui était important et de lui donner des noms de façon qu'on puisse en parler. Mais il faut se rendre compte que, dans cet effort de nommer et de comprendre, il a en réalité réalisé la construction de théories nouvelles, d'outils nouveaux d'une puissance extraordinaire.

Sur le théorème de Fermat, exemple de la puissance de ces outils

Pour illustrer cette puissance, Lafforgue prend l'exemple du théorème de Fermat, l'un des problèmes les plus célèbres résolus grâce aux méthodes issues de Grothendieck. Il s'agit d'une équation, ou plutôt d'une famille d'équations algébriques, introduite par Pierre de Fermat, mathématicien amateur du XVII^e siècle qui était en réalité magistrat de profession, passionné de problèmes d'arithmétique — c'est-à-dire de problèmes sur les nombres entiers et les fractions. Fermat est ainsi devenu, sans être mathématicien de métier, l'un des plus grands mathématiciens de son temps.

On a retrouvé après sa mort, dans ses papiers, un exemplaire annoté d'un livre antique de Diophante, sur lequel Fermat avait noté en marge qu'une certaine famille d'équations algébriques — de la forme x à la puissance n , plus y à la même puissance n , égale 1 (ou une formulation équivalente) — n'admettait pas d'autres solutions en fractions que des cas tri-

viaux, dès lors que la puissance n est au moins égale à 3. Fermat affirmait même en avoir une preuve, mais celle-ci n'a jamais été retrouvée, et pendant trois siècles et demi personne n'est parvenu à démontrer cette affirmation — alors même qu'elle s'exprime en des termes d'une simplicité totale, ceux qu'on apprend à l'école primaire.

Ce problème a finalement été résolu à la toute fin du XX^e siècle par un mathématicien anglais, Andrew Wiles, en utilisant différentes parties des mathématiques, mais principalement des mathématiques issues des travaux de Grothendieck. Lafforgue explique alors pourquoi ces outils étaient nécessaires : l'arithmétique — l'étude des nombres entiers et des fractions — est un domaine qui a l'air simple mais qui est en réalité l'un des plus difficiles des mathématiques, parce que nous ne comprenons pas vraiment les nombres. Ce que notre esprit humain saisit le mieux, en revanche, c'est la géométrie : nous avons, en tant qu'êtres humains, cette capacité fondamentale de comprendre l'espace, de nous y déplacer instinctivement — une capacité humaine universelle, pas seulement mathématicienne.

Or, ce que Grothendieck a fait, c'est précisément introduire de nouvelles théories qui permettent de transporter les méthodes, les intuitions et les notions de la géométrie — en particulier de sa partie qualitative, la topologie — vers d'autres domaines des mathématiques, et même au-delà des mathématiques. En particulier, il a développé dans le domaine de l'arithmétique, un domaine a priori très éloigné de la géométrie, des méthodes venues de la topologie d'une très grande puissance, qui ont en particulier permis à Wiles de résoudre le théorème de Fermat, ainsi qu'à beaucoup d'autres mathématiciens de résoudre toute une liste impressionnante de problèmes extrêmement difficiles.

On peut donc dire que Grothendieck est fondamentalement un géomètre, quelqu'un qui a été capable de mettre en relation les différents domaines des mathématiques de manière extrêmement profonde à travers des notions géométriques très géné-

rales. Or, en mathématiques, la généralité est intimement liée à l'abstraction : les mathématiciens abstraient, c'est-à-dire qu'à partir d'un contexte particulier, ils extraient certaines propriétés générales susceptibles d'être identifiées ailleurs. Les mathématiques de Grothendieck sont ainsi très abstraites, donc très générales, et peuvent s'appliquer partout — en particulier à tout ce qui, dans son œuvre, était d'inspiration géométrique ou topologique. Et il s'est avéré, encore une fois, que ces méthodes et ces outils sont d'une puissance extraordinaire.

« Il me semble que vous écrivez à un moment que Grothendieck critique l'un des axiomes de base de la physique, à savoir que le monde physique serait entièrement mathématisable. »

Lafforgue confirme : une tentation récurrente des scientifiques est le réductionnisme, c'est-à-dire l'idée que le monde se réduit à telle ou telle chose que nous connaissons — en l'occurrence, l'idée que le monde se réduirait aux mathématiques. Or Grothendieck indique exactement le contraire : il a un sens aigu de la richesse inépuisable du monde. Et cela inclut la richesse inépuisable des mathématiques elles-mêmes : il voyait de manière beaucoup plus évidente que la plupart de ses contemporains mathématiciens à quel point les mathématiques étaient riches, et combien peu de choses avaient été faites en comparaison de ce qui restait à connaître à l'intérieur même des mathématiques.

Mais il a aussi cette idée que le monde ne se réduit pas aux mathématiques. Sur ce point, comme sur d'autres, Grothendieck se situe véritablement en contrepoint, voire en contrepied de la plupart, ou de l'immense majorité, des autres mathématiciens ou scientifiques : il n'est pas d'accord avec l'idée que le monde se réduit aux mathématiques. Grothendieck est donc, au contraire, exactement l'opposé d'un réductionniste : il est sensible, il voit de manière évidente à quel point le monde est riche.

Interrogé sur ce point — riche de quoi, si ce n'est pas réductible aux mathématiques ? — Lafforgue précise que, de toute façon, l'explication ne sera jamais complète : Grothendieck a le sens aigu qu'à la fois nous pouvons toujours aller plus loin dans la compréhension, toujours découvrir davantage, mais qu'en même temps nous n'épuiserons jamais, non seulement le monde, mais même la plus petite chose. C'est pour lui une évidence première, fondatrice. En fait, on a l'impression que c'est quelque chose qu'il a toujours perçu : beaucoup de personnes, à l'époque contemporaine plus qu'à aucune autre peut-être, ont le sentiment que le monde est dépourvu de sens. Pour Grothendieck, c'est exactement le contraire : le monde est plein de sens, débordant de sens — mais en quelque sorte pas un seul sens, plusieurs sens. C'est d'ailleurs pour cela que chaque chose mérite d'être envisagée de plusieurs manières différentes.

C'est-à-dire qu'il y a, dans le monde selon Grothendieck, une profusion de sens. Mais pour percevoir ce sens, il faut justement parler, il faut écrire. Et là, il y a chez lui quelque chose de très important : la vérité apparaît à travers le langage, plus spécifiquement à travers l'écriture. C'est quelque chose d'absolument caractéristique de Grothendieck : non seulement c'est un maître du langage, mais plus précisément encore, c'est un homme d'écriture — quelqu'un qui n' imagine pas de travailler autrement qu'en écrivant, et qui écrit tout ce qui lui passe par la tête. Le rapport au réel, pour lui, passe par l'écriture. On le voit très bien dans *La Clé des songes*, où il écrit lui-même se réveiller la nuit et ne pas pouvoir faire autrement que d'écrire jusqu'au bout ce qu'il est en train de penser — ce qui rejoint, note Lafforgue, le rapport qu'il établit avec le rêve dans ce livre.

« On voit aussi chez lui qu'il y a une compréhension du monde par le rêve. D'ailleurs, il dit : le rêve est une parole vivante. »

Lafforgue explique que, pour faire le lien avec ce qui précède : chez Grothendieck, il y a l'idée que les choses parlent. Le monde étant riche de sens, on peut même être plus précis : le monde est riche de paroles. Grothendieck exprime, dans ce prolongement, l'idée que les rêves aussi sont des paroles — des paroles qui ne viennent pas de nous, mais qui nous sont en quelque sorte envoyées, des paroles de Dieu que Dieu nous adresse. Il parle de son premier rêve comme d'une nouvelle naissance, et l'on voit ici le rapport avec ce qu'il dit ailleurs.

Cette idée remonte, précise Lafforgue, à très loin : on l'a dit, Grothendieck était en contrepied de la modernité, un antimoderne sur bien des aspects. Il fait ainsi remarquer que cette civilisation moderne — qu'il n'aime pas du tout — serait la première dans l'histoire à ne pas accorder d'importance au rêve, c'est-à-dire une civilisation où les rêves ne sont plus considérés comme des paroles importantes, qui nous sont dites par quelqu'un qui est bien plus que nous, Dieu lui-même. Et effectivement, *La Clé des songes*, comme son titre l'indique, commence par exprimer cette idée que les rêves nous sont donnés comme des paroles — avant, comme d'habitude chez Grothendieck, de se développer dans de très nombreuses directions.

« C'est vraiment une découverte extraordinaire, ce livre est complètement inclassable. »

Lafforgue confirme : ce n'est pas un livre qui appartient à un genre connu. Il propose un rapprochement avec Charles Péguy, qui lui aussi écrit énormément et ouvre des parenthèses qu'il ne referme jamais — c'est-à-dire qu'il ajoute sans cesse de nouveaux développements, une idée en amenant une autre, sur des sujets qui n'étaient pas prévus au départ. Les textes de Grothendieck se développent de la même manière.

On peut avoir l'image, qu'on soit mathématicien ou non, que les mathématiques forment un univers minéral — une sorte de désert magnifique, de palais de marbre, quelque chose de

très minéral. Or, en fait, une chose très frappante quand on lit Grothendieck parler des mathématiques, c'est que pour en parler et parler de son rapport à elles, il emploie un vocabulaire qui est principalement un vocabulaire du vivant — un vocabulaire végétal ou animal, plutôt que minéral. Les mathématiques, chez lui, se développent un peu comme se développent les plantes, comme se développe un milieu vivant : il y a une profusion de vie qui se propage dans tous les sens.

L'animateur relie cela à une citation qu'il a notée, où Grothendieck parle de la beauté, du mystère et de l'attraction quasiment charnelle de la mathématique — ce qui rejoint, dit-il, cette image biologique. Lafforgue confirme tout à fait : Grothendieck a un rapport aux mathématiques qui est un rapport vivant, et plus encore : les choses mathématiques sont pour lui presque des êtres vivants. Il précise employer volontiers, pour caractériser cela, le terme d'« animiste » : les choses ont chez lui une âme, y compris les objets mathématiques.

« Cela se traduit par exemple par la distinction qu'il fait entre information et connaissance. »

Lafforgue développe : pour Grothendieck, une information est quelque chose qu'on entend, qu'on lit ou qu'on apprend, mais qui ne nous touche pas — quelque chose qui glisse sur nous comme l'eau sur les plumes d'un canard, quelque chose qui ne nous transforme pas. Une connaissance, en revanche, est d'abord une information, mais une information qui est intégrée — et il souligne à quel point elle est intégrée : en fait, on la mange, elle s'intègre à notre organisme, elle nous transforme, elle contribue à nous transformer, par exemple, si l'on est enfant, à nous faire grandir. Il y a ainsi chez Grothendieck cette dichotomie entre ce qui, théoriquement, s'est simplement rencontré — on a entendu quelque chose, mais cela et nous-mêmes sommes restés extérieurs l'un à l'autre — et la connaissance véritable, qui a été appropriée, qui est entrée en nous et nous a transformés.

L'animateur relève à ce propos le lien entre les mots « connaissance » et « naissance », que Lafforgue confirme comme tout à fait juste et volontaire chez Grothendieck.

Sur le thème de la souffrance et de la radicalité

Sur ce même thème de la transformation, il y a chez Grothendieck — peut-être moins exprimé dans *La Clé des songes* que par ailleurs — l'idée qu'il n'y a pas de transformation sans souffrance. Cet aspect va très loin : Lafforgue rapporte que, vers la fin des années 1980, Grothendieck avait entendu parler de Marthe Robin et de ce qu'on racontait d'elle — qu'elle se nourrissait uniquement de l'eucharistie, une figure mystique controversée, certains la considérant comme une sainte, d'autres comme une imposture. Fasciné par cette histoire, Grothendieck a voulu faire une expérience similaire : ne pas se nourrir.

Selon des témoins, il y a eu une période d'environ deux semaines pendant laquelle il n'a même pas bu — ce qui, normalement, entraîne la mort au bout de quelques jours. Or il n'est pas mort : des témoins rapportent que, pendant cette période, il s'immergeait, jusqu'au cou, dans des baignoires, de façon à absorber un peu d'eau par les pores, ce qui lui aurait permis de survivre à ces semaines sans boire. Mais cela montre, selon Lafforgue, à quelle extrémité il était prêt à aller.

Il y a chez Grothendieck une véritable radicalité : une capacité d'aller jusqu'au bout, non pas pour le plaisir d'aller jusqu'au bout, mais parce qu'il pensait que ce qui a véritablement de la valeur ne s'obtient jamais sans qu'on en paie le prix. C'est quelqu'un qui ne comptait ni son temps ni sa peine, et qui était prêt à aller, vraiment, jusqu'aux extrémités pour atteindre ce qui lui paraissait mériter d'être recherché.

L'animateur relève ici un parallèle avec la figure christique : une ambiance très christique traverse le livre, et il note en particulier le rapprochement avec le Christ qui se dit lui-même

« pain de vie », transformant le pain en son propre corps — une vraie nourriture, insiste-t-il, comme dans le discours du Christ où il est dit que ce que l'on mangera de lui est une vraie nourriture. Lafforgue confirme : Grothendieck est en effet un personnage profondément religieux, mais élevé dans un milieu antireligieux — il porte en lui les deux choses à la fois. D'un côté cette tragédie, cet héritage familial hostile aux religions instituées ; de l'autre, un homme pour qui la vérité se trouve toujours chez les personnes, qui se méfie donc profondément des groupes et des institutions, en particulier des religions instituées. Il mène ainsi sa recherche spirituelle seul, ou en contact avec différentes traditions religieuses, plutôt qu'à l'intérieur d'une institution.

« Il y a un certain nombre de citations explicites qui sont faites [au christianisme], et je trouve que de manière de plus en plus profonde... »

Lafforgue précise que, dans *La Clé des songes*, les rapports avec le christianisme sont souvent implicites — ce n'est pas que Grothendieck le dise explicitement, mais quand on a une culture religieuse, on le reconnaît. Il en veut pour preuve l'exemple déjà cité de « l'acte de nommer » comme acte humain fondamental, qui, pour quiconque connaît la Bible hébraïque, établit immédiatement un rapport avec le récit de la Genèse. De même pour les vérités qui ne se font entendre qu'à voix très basse : on pense immédiatement au prophète Élie. Mais Lafforgue précise avoir vérifié qu'il n'y a, dans *La Clé des songes*, aucune allusion explicite à l'Ancien Testament — en revanche, il y a un certain nombre d'allusions explicites au Nouveau Testament, ainsi que des allusions implicites.

Il y a également des références explicites à d'autres religions ou à d'autres recherches de sagesse : des références au bouddhisme, à l'hindouisme, au taoïsme, ainsi qu'à Krishnamurti, que Grothendieck cite. Tout cela constitue, selon Lafforgue, l'ensemble de ce que Grothendieck a lu : sa recherche spiri-

tuelle l'a amené à se tourner vers des représentants souvent un peu marginaux des différentes traditions religieuses. Pour ce qui concerne le christianisme, il a par exemple lu des livres de Marcel Légaut, une figure connue à l'époque dans les milieux catholiques, qu'il a également rencontrée personnellement. Il a également lu des mystiques comme Thérèse d'Avila et Jean de la Croix, et a entendu parler de Marthe Robin.

Lafforgue ajoute que, pour qui a une culture chrétienne, on se sent constamment en terrain familier dans *La Clé des songes*. Il cite en particulier une lettre écrite par Grothendieck à un jeune mathématicien espagnol (toujours vivant aujourd'hui), dans laquelle il parle explicitement de la souffrance et de la solitude : un thème très important chez lui étant que rien de grand ne s'accomplit sans la solitude. Il prend pour exemple le Christ sur la croix, tellement seul qu'il s'écrie « Mon Dieu, mon Dieu, pourquoi m'as-tu abandonné ? ». Puis il ajoute, dans la foulée, quelque chose d'extrêmement frappant : il affirme que la plus grande action qui a été accomplie dans l'histoire humaine est la Passion du Christ.

Lafforgue s'arrête sur ce point : cette affirmation est en un sens surprenante, car pour des chrétiens, la plus grande action n'est généralement pas considérée comme étant la Passion, mais la Résurrection. Or ce que dit ici Grothendieck revient à affirmer un primat de la passivité : la Passion est quelque chose de subi, de la pure passivité, et il la désigne pourtant comme la plus grande action de l'histoire. Cela correspond, selon Lafforgue, à un trait fondamental de sa pensée : c'était quelqu'un perçu par tous ceux qui l'ont connu comme ayant une activité, une créativité, une puissance de travail totalement hors du commun, mais chez qui tout se développait sur un arrière-plan de passivité nécessaire, qui était la condition de tout.

« Vous aviez parlé tout à l'heure du rapport de Grothendieck à la modernité... le problème de la modernité, c'est sa spécialisation, sa réflexion en silo. Est-

ce qu'il n'y a pas un regret chez lui de cette spécialisation, à l'œuvre chez Fermat lui-même ? »

Lafforgue confirme qu'il s'agit là d'une tendance moderne fondamentale, particulièrement dans le monde académique et particulièrement chez les mathématiciens : être de plus en plus spécialisé. Or Grothendieck lui-même ne se considérait pas comme un mathématicien spécialisé. Même à l'époque où il était complètement absorbé par l'activité mathématique, dans les années 1960, il se considérait comme un mathématicien généraliste — et effectivement, les mathématiques qu'il a développées à partir de domaines spécifiques sont des mathématiques générales, susceptibles d'être appliquées ailleurs.

Ce qu'on a vu se produire depuis plus d'un demi-siècle, c'est que, peu à peu, les idées et les notions de Grothendieck accroissent leur influence : elles se répandent bien au-delà des domaines spécifiques dans lesquels il avait lui-même travaillé, et se déploient au-delà des mathématiques elles-mêmes. Il y a aujourd'hui des choses que Grothendieck a faites qui intéressent des physiciens, d'autres qui intéressent des informaticiens. Le texte même de *La Clé des songes* en est un exemple : c'est un texte qui n'a pas de contenu mathématique — un texte d'écrivain, un texte de penseur — mais dont le contenu philosophique est extrêmement riche. Grothendieck est d'abord un penseur, et avant même d'être un penseur, il est un écrivain : lui-même se conçoit comme un écrivain qui fait, ou qui a fait, des mathématiques, mais dont les domaines d'intérêt vont bien au-delà. Il est poussé à considérer toujours les questions fondamentales, or les questions fondamentales, par nature, ne sont pas confinées à un domaine particulier.

Sur la radicalité et le retour aux racines

Lafforgue développe ici le terme de « radicalité » qu'il a employé plus tôt, en le reliant explicitement au retour aux racines. D'un côté, cette radicalité s'est manifestée dans sa car-

rière : Grothendieck a par exemple refusé de continuer à travailler dans un institut, l'IHÉS, dès lors qu'il a découvert que celui-ci recevait une subvention — même minime — du ministère des Armées. C'est la raison formelle de son départ, en 1970, de l'institut qu'il avait pourtant lui-même contribué à porter au sommet des mathématiques mondiales. Certaines personnes, note Lafforgue, pensent même que le directeur de l'époque, créateur de l'institut, a accepté cette subvention exprès, sachant qu'elle provoquerait le départ de Grothendieck — pour qui, quel que soit le prix à payer, il était hors de question, inimaginable, de faire certaines choses.

Cet épisode illustre bien, selon Lafforgue, à quel point Grothendieck était un « extraterrestre » aux yeux du monde mathématique : dans le monde mathématique français et mondial, il y a un mélange de fascination et d'hostilité, voire de haine, envers ce personnage qui ne ressemble à personne — des milliers de mathématiciens dans le monde entier vivent, en un sens, dans l'univers intellectuel de Grothendieck, tout en ayant un rapport très ambivalent à sa personne.

Mais la radicalité de Grothendieck se retrouve aussi, d'un autre côté, dans ses mathématiques elles-mêmes : il fait des mathématiques en remontant en amont, comme on remonte une rivière jusqu'à sa source. Et les sources des mathématiques, ce sont des intuitions fondamentales de notre esprit, qui sont en quelque sorte prémathématiques — Lafforgue précise bien qu'il ne s'agit pas simplement de l'axiomatique, qui est déjà une manière de formuler les choses de façon précise, mais de quelque chose d'antérieur : des intuitions fondamentales que Grothendieck cherche à définir avec exactitude, alors même qu'elles existaient auparavant à l'état d'intuition humaine, avant toute formulation mathématique.

Autre caractère de son œuvre, dans le même esprit : il ne cherche pas à faire des choses compliquées. Au contraire, il s'arrête aux choses simples — et une part très importante de son génie, selon Lafforgue, consiste précisément à s'arrêter là où personne d'autre ne se serait arrêté, c'est-à-dire au niveau

le plus simple, là où tout le monde aurait considéré qu'il n'y avait rien à dire. Mais lui considère qu'il ne faut pas aller trop vite, qu'il faut ralentir, s'arrêter déjà là, parce qu'en allant trop vite on passe sur des choses, il y a des choses que l'on néglige de voir.

À titre d'exemple, pour peu qu'on soit allé à l'école primaire et qu'on ait appris un peu de géométrie classique, on sait qu'une notion importante y est la notion de point : dans la géométrie plane classique, il y a des droites, des cercles et des points. Or, à première vue, on pourrait se dire qu'il n'y a rien à dire sur les points eux-mêmes : dans la formulation dite « ensembliste » des mathématiques, on a pris l'habitude de considérer qu'un objet mathématique était toujours un ensemble de points, à partir duquel on construisait ensuite différentes structures, sans jamais s'interroger sur ce point de départ lui-même.

Grothendieck, lui, a complètement renouvelé la notion de point et construit une nouvelle géométrie beaucoup plus générale que la précédente : celle des topos, précisément, dans laquelle les objets géométriques ne sont pas définis en termes de points, et où la notion de point devient au contraire une notion dérivée — une notion assez élaborée, obtenue à partir d'une conception beaucoup plus générale. C'est une manière de voir les points totalement différente du point de vue classique. Et honnêtement, souligne Lafforgue, pour avoir l'idée de faire quelque chose comme cela, il fallait être la seule personne au monde à pouvoir voir des choses qui n'étaient pourtant pas compliquées : Grothendieck avait le sens que les choses les plus difficiles à voir sont les choses les plus simples — celles qui demandent, comme il le dit lui-même, ce qu'on pourrait appeler un esprit d'enfance pour être capable de les voir. La notion de point, si évidente en apparence, ne va donc pas de soi.

Lafforgue ajoute, sur ce même thème du côté « primitif » de Grothendieck, une comparaison avec les arts : de même que certains grands artistes du début du XX^e siècle se sont

intéressés à l'art dit « primitif » (ou, dirait-on aujourd'hui, « premier »), c'est-à-dire à un effort pour retrouver quelque chose d'antérieur à la sophistication, Grothendieck n'est pas un mathématicien « civilisé » mais, en un sens, un mathématicien brut — avec un côté presque sauvage, une nature brute. Il faut d'ailleurs savoir que Grothendieck, lui-même, avait au début de sa carrière beaucoup moins de connaissances mathématiques que la quasi-totalité des autres mathématiciens du monde. Mais ce manque de bagage intellectuel, loin de le handicaper, s'est transformé en une force : n'étant pas encombré par les connaissances accumulées, il a pu retrouver des intuitions fondamentales et les formuler dans un nouveau langage, toujours en remontant à la source, en cherchant les racines, et en refondant les théories sur des bases nouvelles.

Conclusion de l'émission

Pour clore l'entretien, l'animateur lit une citation de *La Clé des songes* dans laquelle Grothendieck évoque ce « centre vivant » et ce sens omniprésent, à la fois simple et inépuisable, évident et insondable, proche comme une mère ou comme le bien-aimé, et infiniment plus vaste que le vaste univers : c'est ce qu'il appelle Dieu — le nom que nous donnons à l'âme de l'univers, au souffle créateur qui anime toute chose et qui recrée le monde à tout instant, infiniment proche de chacun de nous tout en étant, en même temps, ce qui est le moins personnel et le plus universel.

L'animateur salue la qualité de cette dernière citation, avant de remercier chaleureusement Laurent Lafforgue pour son intervention, et de recommander vivement la lecture du livre — accompagné d'une postface signée par l'invité lui-même, qu'il qualifie de « décapante » et dont il avoue avoir été très agréablement surpris, tant par la qualité de la réflexion de Grothendieck que par la richesse des images et des chemins empruntés par sa pensée.